

la trasformazione degli angoli. Questa proprietà diventa evidente nella proiezione centrale della sfera]. Anche la lunghezza di un arco geodetico uscente dall'origine conserva nel *secondo* sistema la forma che aveva nel *primo*, essendo data da

$$\rho = \frac{R}{2} \log \frac{a + \sqrt{u'^2 + v'^2}}{a - \sqrt{u'^2 + v'^2}}$$

Vediamo ora l'effetto di un cambiamento d'origine.

Per tal uopo prendiamo un punto qualunque (u_0, v_0) e supponiamo che la fondamentale $v' = 0$ del secondo sistema passi per esso, cioè supponiamo così

sen $M = -2$ e

quindi

$$(3) \quad u = -\frac{1}{2} - i \quad v = \frac{1}{2} - j$$

dove $r_0 = \sqrt{4 - i^2}$. Indi formiamo un *terzo* sistema, colle coordinate u'' , v'' , avente per fondamentali la geodetica $v' = 0$ e l'altra geodetica condotta normalmente a questa per il punto (u_0, v_0) .

Conduciamo dal punto (u^f, v') qualunque una geodetica perpendicolare alla $v' = 0$ e chiamiamone q la lunghezza, p la distanza dalla primitiva origine (misurata sulla $v' = 0$). La (2) dà

mentre dalla (i') si deduce agevolmente, ponendo $du' = 0$,

$$(5) \quad g = \frac{1}{2} \log \frac{1 + \sqrt{1 - u'^2 - v'^2}}{1 - \sqrt{1 - u'^2 - v'^2}}$$

La distanza geodetica p_0 delle due origini ($u = v = 0$), (w_0, \wedge_0) ha per valore

talché l'arco geodetico compreso sulla geodetica fondamentale $v'' = 0$ del terzo sistema (che è la stessa cosa della $v' = 0$), fra il punto (u_0, \wedge_0) e la normale j , è data da

Ma chiamando \wedge_0 la costante analoga ad a nel terzo sistema, ed osservando che in que-

